Analysis / Aufgabengruppe 1 A

zu Aufgabe 1:

gebrochen rationale Fkt. $b(x) = \frac{z(x)}{n(x)}$:

$$ID = IR\backslash\{x \mid n(x) = 0\};\ Nullstelle:\ z(x) = 0\ setzen$$

Logarithmusfunktion $l(x) = \log_b \underbrace{[a(x)]}_{Argument}$:

$$ID = \{x \mid a(x) > 0\};\ Nullstelle:\ a(x) = 1\ setzen$$

Beachte: $Für\ l(x) = \log_e[a(x)] = \ln[a(x)]$

zu Aufgabe 2:

G_f besitzt waagrechte Tangente, aber keinen Extrempunkt … $f'(x) = 0 \wedge f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$

zu Aufgabe 3:

Steigung einer Funktion $f(x)$ kann durch ihre Ableitung $f'(x)$ ermittelt werden.

Waagrechte Geraden besitzen die Steigung Null (z.B. die x-Achse); deshalb waagrechte Tangenten finden sich stets an Extremstellen!

Tangente g an eine Funktion $f(x)$ im Punkt $P\left(x_p;\ y_p = f(x_p)\right)$ anlegen:

$$g: y = \underbrace{f'(x_p)}_{=m} \cdot x + \underbrace{\left(f(x_p) - f'(x_p) \cdot x_p\right)}_{=t}$$

zu Aufgabe 4: ---

Analysis / Aufgabengruppe 2 A

zu Aufgabe 1:

Wurzelfkt. $w(x) = \sqrt{\underbrace{[a(x)]}_{Argument}}$:

$$ID = \{x \mid a(x) \geq 0\};\ Nullstelle:\ a(x) = 0\ setzen$$

Ableitung (Beachte: ggf. nachdifferenzieren mit Kettenregel): $w'(x) = \frac{a'(x)}{2\cdot\sqrt{a(x)}}$

Tangente g an eine Funktion $f(x)$ im Punkt $P\left(x_p;\ y_p = f(x_p)\right)$ anlegen:

$$g: y = \underbrace{f'(x_p)}_{=m} \cdot x + \underbrace{\left(f(x_p) - f'(x_p) \cdot x_p\right)}_{=t}$$

zu Aufgabe 2: ---

zu Aufgabe 3:

Integralfunktion entfällt …

zu Aufgabe 4: ---

Stochastik / Aufgabengruppe 1 A

zu Aufgabe 1:

a) ---
b) Die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_B(A)$ eines Ereignisses A unter dem sicheren Wissen, dass das Ereignis B bereits eingetreten ist, berechnet sich durch:

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

zu Aufgabe 2:

a) $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) \cdot P(B) + P(\bar{A}) \cdot P(B) = \underbrace{\left(P(A) + P(\bar{A})\right)}_{=1} \cdot P(B) = P(B)$
b) Generell gilt: $P(B) \in [0; 1]$, die Nebenbedingung aus a) ergibt das Maximum!

Stochastik / Aufgabengruppe 2 A

zu Aufgabe 1: ---

zu Aufgabe 2:

siehe AG 1A …

Geometrie / Aufgabengruppe 1 A

zu Aufgabe 1:

a) Kugelgleichung: $K: \left|\vec{X} - \vec{m}\right|^2 = r^2$; liegt P auf K gilt: $P\ in\ K: \left|\vec{P} - \vec{m}\right|^2 = r^2$;
b) Berührpunkt liegt vor, wenn der Richtungsvektor mit dem Radiusvektor einen 90°-Winkel bildet!

zu Aufgabe 2:

a) Die Normalenform der x_1x_2-Ebene $E_{1,2}$ lautet: $E_{1,2} = x_3 = 0$; Einsetzen der Parameterform von g in $E_{1,2}$ ermöglicht die Berechnung des Schnittpunkts.
b) Die x_3-Achse a_3 entspricht der Geraden: $a_3: \vec{X} = \varphi \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; Gleichsetzen der Parameterform von g mit a_3 ermöglicht die Berechnung des Schnittpunkts.

Geometrie / Aufgabengruppe 2 A

zu Aufgabe 1:

a) ---
b) Die x_2-Achse a_3 entspricht der Geraden: $a_2: \vec{X} = \varphi \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; Einsetzen von a_3 in die Gleichung von E ermöglicht die Berechnung des Schnittpunkts.

zu Aufgabe 2:

a) $g \cap h = \{F\}\ berechnen!\quad \vec{r_g} \circ \vec{r_h} = 0 \leftrightarrow \vec{r_g} \perp \vec{r_h}$
b) Skizze ist extrem hilfreich!

Analysis / Aufgabengruppe 1 B

zu Aufgabe 1:

a) Logarithmusfunktion $l(x) = \log_b \underbrace{[a(x)]}_{Argument}$:

$ID = \{x \mid a(x) > 0\};\ Nullstelle\colon\ a(x) = 1\ setzen$

Beachte das Potenzgesetz: $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

Ableitungsregeln:

$$k(x) = f\big(g(x)\big) \to k'(x) = f'\big(g(x)\big) \cdot g'(x) \quad Kettenregel$$

Extremstellen: Erste Ableitung Null setzen; gefundenen x-Wert in die Grundfunktion einsetzen und den y-Wert des Punktes berechnen!

b)

$$b(x) = \frac{z(x)}{n(x)} \to b'(x) = \frac{n(x) \cdot z'(x) - z(x) \cdot n'(x)}{[n(x)]^2} \quad Quotientenregel$$

Tangente g an eine Funktion $f(x)$ im Punkt $P\left(x_p;\ y_p = f(x_p)\right)$ anlegen:

$$g\colon y = \underbrace{f'(x_p)}_{=m} \cdot x + \underbrace{\left(f(x_p) - f'(x_p) \cdot x_p\right)}_{=t}$$

c) ---

d) Integralfunktion wird heuer nicht geprüft!

e) Asymptoten einer gebrochen rat. Funktion (k, m $\in$ $\mathbb{N}_0$; $z_i \in \mathbb{R}$ mit i $\in$ {0, …, k-1}, $n_h \in \mathbb{R}$ mit h $\in$ {0, …, m-1}):

$$b(x) = \frac{\overbrace{z_k}^{\neq 0} \cdot x^k + z_{k-1} \cdot x^{k-1} + z_{k-2} \cdot x^{k-2} + \cdots + z_2 \cdot x^2 + z_1 \cdot x^1 + z_0}{\underbrace{n_m}_{\neq 0} \cdot x^m + n_{m-1} \cdot x^{m-1} + n_{m-2} \cdot x^{m-2} + \cdots + n_2 \cdot x^2 + n_1 \cdot x^1 + n_0}$$

Die echten Polstellen (nicht vollständig „kürzbare“ Nullstellen des Nenners) liefern die vertikalen Asymptoten!

- $Für\colon\ k < m\ gilt\colon\ \lim\limits_{x \to \pm\infty} b(x) = 0$, d.h.: x-Achse ist waagrechte Asymptote; Gleichung: y = 0;
- $Für\colon\ k = m\ gilt\colon\ \lim\limits_{x \to \pm\infty} b(x) = \frac{z_k}{n_m}$, d.h.: Parallele zur x-Achse ist waagrechte Asymp.; Gleichung: $y = \frac{z_k}{n_m}$;
- $Für\colon\ k = (m+1)\ gilt\colon\ \lim\limits_{x \to \pm\infty} b(x) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(m_s \cdot x + t_s \underbrace{\pm b^*(x)}_{\lim\limits_{x \to \pm\infty} b^*(x) = 0} \right) = m_s \cdot x + t_s$,

  d.h.: Es gibt eine schräge Asymptote mit der Gleichung: $y = m_s \cdot x + t_s$;
- $Für\colon\ k > (m+1)\ gilt\colon\ keine\ asymptotisches\ Verhalten\ zu\ einer\ linearen\ Funktion$! Beim Grenzwert auf Vorzeichen achten!

f) ---

zu Aufgabe 2:

a) ...

b) Verschiebungssätze …

c) Mit: $\tan\varphi = f'(x_0)$ lässt sich der Schnittwinkel einer Tangenten im Punkt $P\big(x_0;\ f(x_0)\big)$ mit der **x-Achse** ermitteln! Hier ist zusätzlich eine Skizze hilfreich …

d) ---

e) ---

Analysis / Aufgabengruppe 2 B

zu Aufgabe 1:

a) Eine ganzrationale Funktion lässt sich (in C) als Produkt ihrer impliziten Nullstellen schreiben!
Beispiel einer impliziten Nullstelle:

$$\underbrace{x_n = a}_{\substack{explizite\\NS}} \rightarrow \underbrace{(x_n - a)}_{\substack{implizite\\NS}} = 0;$$

Tipp: Klammer um die implizite NS nicht vergessen!

b) Wendestellen: f´´(x) = 0 setzen.
Tangente g an eine Funktion $f(x)$ im Punkt $P\left(x_p;\ y_p = f(x_p)\right)$ anlegen:

$$g: y = \underbrace{f'(x_p)}_{=m} \cdot x + \underbrace{\left(f(x_p) - f'(x_p) \cdot x_p\right)}_{=t}$$

c) Verschiebungssätze …

d) --- Eigenschaften einer Integralfunktion wird heuer nicht geprüft!
e) --- Eigenschaften einer Integralfunktion wird heuer nicht geprüft!
f) --- Eigenschaften einer Integralfunktion wird heuer nicht geprüft!

g) Aus der Zeichnung erkennt man, dass es sich um eine sin-Fkt. handeln muss!

$$s(x) = \sin(x) = 0 \leftrightarrow x \in \{m \cdot \pi \mid m \in Z\}$$

Allgemeiner Ansatz:

$$h(x) = A \cdot \sin(k \cdot x) \overset{NS}{\rightarrow} \begin{cases} h(0) = A \cdot \sin(k \cdot 0) = 0 \\ h(5) = A \cdot \sin(k \cdot 5) = 0 \leftrightarrow k = \frac{\pi}{5} \end{cases} \ und: \int_0^5 A \cdot \sin\left(\frac{\pi}{5} \cdot x\right) dx = \frac{625}{72}$$

Beachte:

$$\int A \cdot \sin(k \cdot x + b)\, dx = -\frac{A}{k} \cos(k \cdot x + b) + C$$

zu Aufgabe 2:

Aufgabe ist relativ leicht; man sollte sich beim Lesen hinreichend Zeit lassen!

Stochastik / Aufgabengruppe 1 B

zu Aufgabe 1:

a) evtl. Vierfeldertafel; die Ereignisse a und B sind stochastisch unabhängig, wenn gilt:

$$P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$$

b) Es ist die Laplace-W mit der Wahrscheinlichkeit der Binomialverteilung zu vergleichen!

$$P_L = \frac{|A|}{|\Omega|} \overset{?}{\approx} B(100; 0{,}8; 75 < v \leq 80) \quad oder: \overbrace{P_L = \frac{|A|}{|\Omega|} \overset{?}{\approx} B(100; 0{,}8; 80 < v \leq 88)}^{mögliche\ Alternative}$$

c) Arbeiten mit dem Tafelwerk …

zu Aufgabe 2:

a) einfache 3m-Aufgabe (Typ 1)
b) Alternativtest wird nicht geprüft!

Stochastik / Aufgabengruppe 2 B

zu Aufgabe 1:

Hypothesentest / Signifikanztest wird heuer nicht geprüft!

zu Aufgabe 2:

a) ---
b) Gewinnplan erstellen! E(x) = 0 muss vorausgesetzt werden!
c) Pfadregel 1 anwenden … Angabe genau lesen!

Geometrie / Aufgabengruppe 1 B

a) ---
b) Fläche eines Dreiecks: $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot \left|\overrightarrow{S_1S_2} \times \overrightarrow{S_1S_3}\right|$;
c) ---
d) ---
e) Gesucht ist der Winkel, den E und die x_1x_2-Ebene miteinander einschließen (entspricht dem Winkel zwischen den Normalenvektoren der beiden Ebenen!
f) r mit dem Pythagoras berechnen, dann in die angegebene Formel einsetzen!

Geometrie / Aufgabengruppe 2 B

a) einfache Abstandsberechnung von zwei Punkten
b) ---
c) Ein Trapez liegt vor, wenn zwei Seiten parallel zueinander liegen.
d) Gesucht ist der Winkel, den L und die x_1x_2-Ebene miteinander einschließen (entspricht dem Winkel zwischen den Normalenvektoren der beiden Ebenen!
e) Es handelt sich um ein Parallelogramm; hier muss (lediglich) der Abstand der beiden Pfähle (entspricht der Höhe des Parallelogramms; auch durch die Strecke P_0 zu P_2 berechenbar) ermittelt werden!
f) Bilde eine Hilfsgerade k durch die Punkte R und T. Der Schnitt von k und g ergibt den Berührpunkt B des Netzes mit der Plattform 2 (Kontrolle: die x_3-Komponente von B muss den Wert 3 besitzen). Damit lässt sich dann h ermitteln und damit der gesuchte Abstand $\rightarrow h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} + h \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.