

Aufgabe 1:

Schützenfest 2022: 114 Personen verlassen gegen 3.⁰⁰ Uhr die Gartenanlage der Brauerei Bröhrmüller in Stenkelfeld um mehr oder weniger angeheitert den Nachhauseweg anzutreten. Bereits um 1.³⁰ Uhr postiert sich eine mobile Alkoholfandungstruppe der ortsansässigen Polizei in den angrenzenden Straßenzügen um von jeder Person eine Fahnenprobe zu nehmen. Dabei werden insgesamt 26 nüchterne Personen (davon zwei männliche) registriert. Jeder der 38 Damen wird von den Beamten angeboten, sie aus Sicherheitsgründen nach Hause zu begleiten.

- a) Erstellen Sie jeweils eine Vierfeldertafel mit den absoluten und relativen Häufigkeiten für die Merkmale Geschlecht und Befindlichkeit.
- b) Ist die Aussage, dass der Befindlichkeitszustand unabhängig von der Geschlechtszugehörigkeit ist, zulässig?

Aufgabe 2:

In der Bundesrepublik beträgt der Anteil der Männer 48% an der Gesamtbevölkerung. 23% der Männer sind rot-grün blind, 8% der Frauen besitzen ebenfalls diesen Gen Defekt. Erstellen Sie eine Vierfeldertafel und prüfen Sie die Aussagen „Eine Person ist rot-grün blind“ und „es handelt sich um einen Mann“ auf stochastische Unabhängigkeit!

Aufgabe 3:

Die Fleischereiabteilung des Globus – Einkaufsmarkts bietet seinen Kunden ein üppiges Probierangebot in der Hoffnung, dass dadurch das Kaufverhalten positiv beeinflusst wird. Die Käseabteilung verzichtet auf diese Werbemaßnahme. Eine Untersuchung ergibt, dass 60 % der Globus – Kunden in der Metzgerei und 45 % der Kunden in der Käseabteilung Waren einkaufen. 22 % der Kunden verlassen den Markt, ohne einen Einkauf getätigt zu haben. Untersuchen Sie, ob der Einkauf von Lebensmitteln aus der Metzgerei unabhängig vom Einkauf der Waren der Käseabteilung erfolgt. Welche Schlussfolgerung ergibt sich für das Probierangebot der Fleischereiabteilung?

Aufgabe 4:

Um eine neue Gesetzesinitiative zur Änderung des Ladenschlussgesetzes zu einzureichen beauftragt die Bundesregierung das statistische Bundesamt, das potenzielle Einkaufsverhalten der Bevölkerung zu ermitteln. In einer Spontanuntersuchung werden folgende Daten gewonnen: Von 8100 Befragten sind 3645 Personen männlich. 4050 Befragte würden auch bis in den späten Abend hinein einkaufen. 25 % aller Befragten sind Hausfrauen, die abends nicht einkaufen gehen würden. Untersuchen Sie die Ereignisse W: „Eine zufällig ausgewählte Person ist weiblich“ und A: „Eine zufällig ausgewählte Person würde auch abends einkaufen“ auf stochastische Unabhängigkeit.

Aufgabe 5:

Die Zeitschrift „Men`s Health“ veröffentlichte im November 2018 eine von der Firma „E-pig“ in Auftrag gegebene Langzeitstudie zum Spielverhalten von Kindern und Jugendlichen. Der Pressesprecher von „E-pig“ erklärt im Vorwort des Artikels, die Studie belege eindeutig, dass durch das Spielen des Online-Spiels „Fart-night“ keine Verhaltensänderungen (Konzentrationsschwächen, unangemessene Sprache, Aggressivität o.ä.) bei den Kindern der Altersstufe von 10 – 14 Jahren nachgewiesen werden können. Als Grundlage für diese Schlussfolgerung dienten folgende Zahlen: Von allen an der Studie beteiligten Kindern spielten 72% das Spiel „Fart-night“. Der Anteil der Kinder, die „Fart-night“ spielen und verhaltensauffällig sind liegt bei 45%. Insgesamt zeigen 48% der untersuchten Kinder keine Verhaltensauffälligkeit!

Weisen Sie mit Hilfe einer Vierfeldertafel nach, dass die Erklärung des Pressesprechers, „Fart-Night“ habe keinen Einfluss auf das Verhalten der Kinder, durch das Untersuchungsergebnis nicht bestätigt werden kann! Prüfen Sie zu diesem Zweck insbesondere die Ereignisse „Das Kind spielt „Fart-Night““ und „Das Kind ist verhaltensauffällig“ auf stochastische Unabhängigkeit.

Aufgabe 6:

Beim Sortieren von Kleinpaketen mit einer Sortiermaschine treten bei 7% aller Kleinpakete Beschädigungen der Verpackung auf. Bei 3% der Kleinpakete wird zusätzlich zur Verpackung auch der Inhalt beschädigt. Bei 95% aller Kleinpakete bleibt der Inhalt unbeschädigt!

- Bestimmen Sie mit Hilfe einer Vierfeldertafel die Wahrscheinlichkeit, dass der Inhalt eines Kleinpakets beschädigt wird unter der Annahme, dass die Verpackung unbeschädigt bleibt!
- Sind die Ereignisse „Inhalt wird beschädigt“ und „Verpackung bleibt intakt“ stochastisch unabhängig?

Aufgabe 7:

Im Jahre 2005 erregte eine Harvard-Studie die Aufmerksamkeit der breiten Öffentlichkeit. Das Ergebnis der Studie besagt, dass Personen in langandauernden Partnerschaften überdurchschnittlich häufig an Obesitas (extremes Übergewicht bei krankhafter Fettsucht) erkranken, als Singles. Das Magazin „Scientific America“ veröffentlichte dazu folgende Zahlen: Von allen an der Studie Beteiligten litten 64,00% an Obesitas. Zwei Drittel der Befragten lebten in Langzeitbeziehungen. Nur 21,76 % aller Befragten waren an Obesitas erkrankte Singles.

- Überprüfen Sie, ob die Untersuchungskriterien „B: Person lebt in einer Langzeitbeziehung“ und „O: Person leidet an Obesitas“ tatsächlich stochastisch abhängig voneinander sind! Verwenden Sie zur Lösung eine geeignete Vierfeldertafel.
- Noch heute wird besagte Studie genutzt um einen Zusammenhang von Obesitas und Langzeitbeziehungen herzustellen. Spekulieren Sie über mögliche Ursachen dieser Verfahrensweise!

Aufgabe 8:

Ein Shampoo wird vor der Markteinführung einem medizinischen Test unterzogen. Dabei werden die folgenden Merkmale betrachtet:

\bar{H} : „Das Shampoo führt zu Haarausfall“

\bar{K} : „Das Shampoo reizt die Kopfhaut“

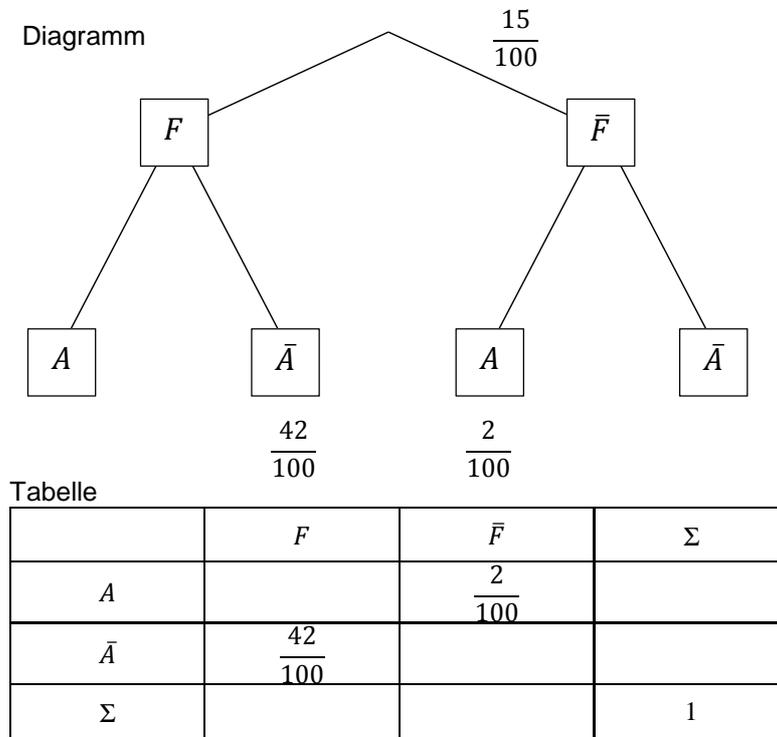
- Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eines der Merkmale beobachtet wird, liegt bei exakt 5%. Vervollständigen Sie sie aufgrund der vorliegenden Informationen die folgende Vierfeldertafel!

	H	\bar{H}	Σ
K			
\bar{K}			0,02
Σ		0,04	1

- Sind die Ereignisse H und K stochastisch unabhängig?
- Geben Sie für $P_{\bar{K}}(H)$ den Rechenansatz an (das Ausrechnen ist nicht erforderlich). Beschreiben Sie die Bedeutung in Worten.

Aufgabe 9:

Bei einer klinischen Studie wurde der Zusammenhang des Computerspiels „Fart-Knight“ und der Aggressivität von Jugendlichen getestet. Teilergebnisse dieser Untersuchung wurden in folgendem Baumdiagramm und in folgender Vierfeldertafel dargestellt (F: „Jugendlicher spielt „Fart-Knight““; A: „Jugendlicher zeigt erhöhte Aggressivität“)



- Ergänzen Sie die fehlenden Einträge in Baumdiagramm und Vierfeldertafel und beschreiben Sie die Bedeutung von $P(F \cap A)$ in Worten.
- Geben Sie für $P_{\bar{A}}(\bar{F})$ den Rechenansatz an. Beschreiben Sie auch die Bedeutung dieser Wahrscheinlichkeit im Sachzusammenhang!

Aufgabe 10:

In der Qualitätssicherung wird jedes Handy noch vor der Auslieferung aufwändigen Prüfungen unterzogen. Dabei werden im Aufladevorgang der Akkus folgende Fehler festgestellt:

\bar{L} : „Die Ladebuchse am Handy ist defekt“

\bar{K} : „Das Ladekabel ist defekt“

- Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eines der Merkmale beobachtet wird, liegt bei exakt 4%. Vervollständigen Sie sie aufgrund der vorliegenden Informationen die folgende Vierfeldertafel!

	L	\bar{L}	Σ
K			
\bar{K}			0,03
Σ		0,02	1

- Geben Sie für $P_K(L)$ den Rechenansatz an (das Ausrechnen ist nicht erforderlich). Beschreiben Sie die Bedeutung in Worten!

Stochastik (50 €)

Aufgabe:

Die Marketingabteilung des Spielwarenladens der Geschwister Ullrich und Martha Satz („U.M.Satz – Toys“) wirbt in der Adventszeit mit einem lukrativen Angebot: Eine Familie, die samstags zum Vormittagseinkauf ihre Kinder mitbringt, erhält eine pädagogische Beaufsichtigung ihrer (nach Altersstufen sortierten) Plagen bis zum Ladenschluss um 20.00 Uhr. Aus Vorjahresuntersuchungen ist der Firmenleitung bekannt, dass durch dieses Angebot 75% aller Samstagskunden bereits am Vormittag in die Verkaufsräume gelockt werden können, um sich ihres Nachwuchses bis zu den Abendstunden zu entledigen.

- a) **Samstag, 14. Dezember 2013 / nachmittags:** Um 12.³⁰ Uhr wird der geistig etwas minderbemittelte, aber äußerst flinke Obergefreite Oswald Pfer in den Zwinger der mittlerweile außer Rand und Band geratenen 6-jährigen geführt. Dabei wird folgendes Spiel angekündigt: Ein Kind darf mit einer Plastikkugelwaffe einen Schuss auf O.Pfer abgeben. Bei einem Fehlschuss werden seinen Eltern Aufsichtsgebühren in Höhe von 5 € berechnet. Dies passiert in 30 % aller abgegebenen Schüsse. Bei 10 von 14 **Treffern** hinterlässt die Plastikkugel kurzzeitig eine Rötung der Haut; in diesem Fall passiert gar nichts. Bei einem hellblauem Bluterguss (bei 15% aller abgegebenen Schüsse) erhalten die Eltern einen Einkaufsgutschein in Höhe von 3 €; bei den verbleibenden Schüssen entsteht ein tiefblauer Bluterguss mit örtlicher Schwellung; in diesen Fällen wird der Familie sogar ein 10 € Gutschein ausgestellt.

Berechnen Sie für die Zufallsvariable „Ereignis beim Schießspiel“ den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung.

Würden Sie ihrem Kind – unter finanziellen Gesichtspunkten – die Teilnahme an diesem Spiel empfehlen?

- b) David besucht nun bereits zum dritten Mal diese Samstagsveranstaltung. Bei ihm hat sich die Wahrscheinlichkeit für einen Fehlschuss auf 60% erhöht, weil er gezielt auf Körperbereiche schießt, die zu den gut-scheinrelevanten Verletzungen führen. Deshalb sind bei seinen Treffern die Hautrötung und der hellblaue Bluterguss mittlerweile gleichwahrscheinlich. 30% von Davids Schüssen rufen sogar den tiefblauen Bluterguss mit örtlicher Schwellung hervor.
- Berechnen Sie auch für diesen Fall Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung für die in Teilaufgabe a) gegebene Zufallsvariable.
 - Wie viele Schüsse muss David mindestens abgeben, um mit einer Gesamtwahrscheinlichkeit von mehr als 95% wenigstens einen Gutschein zu erhalten?
- c) **Samstag, 10. Dezember 2011 / abends:** Die Kinder werden von ausgebufften Verkaufsexperten durch die Firmenhallen geleitet, um sie möglichst nachhaltig mit dem Spielesortiment vertraut zu machen! Es ist bekannt, dass sich Elternteile nur in 15% aller Fälle erfolgreich dem Erwerb eines Spielzeugs widersetzen können, wenn ihre Kinder sie durch ausgeklügelte Animationsverfahren (Schreien, Weinen, auf den Boden werfen, am Regal festketten o.ä.) zum Einkauf bewegen wollen!
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich von den letzten 100 Elternteilen, die ihre Sprösslinge am Abend abgeholt haben, mindestens 13 Personen aber weniger als 18 Personen erfolgreich gegen einen Einkauf gewehrt haben!
 - Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, dass sich mehr als 25 Elternteile erfolgreich gegen die Spielzeugwünsche ihrer Kinder durchgesetzt haben!

Klasse 11 b / 1. Schulaufgabe aus der Physik am 17.12.2001 (50 €)

Aufgabe:

Jeden Heiligabend verwandelt sich Claus Ölgelmöller ($m_C = 120 \text{ kg}$) aus der Gemeinde Stenkelfeld in den allseits bekannten und beliebten Santa Claus und verteilt mit einem, von den Rentnern Rudolph ($m_R = 65 \text{ kg}$) und Lili ($m_L = 120 \text{ kg}$) gezogenen Hundeschlitten pannenreich die von den Kindern des Örtchens gewünschten Weihnachtsgeschenke. Wie jedes Jahr folgt die Verteilung einer detailliert ausgearbeiteten Zeremonie, die sich an dem folgenden Zeitplan orientiert.

Teilaufgabe 1:

24. Dezember 21.⁴⁵ Uhr:

Der angeschirrte Schlitten der Masse $m = 280,0 \text{ kg}$ wird auf den Versammlungshügel der Höhe h gezogen. Die Steigung des gerade zum Gipfel führenden $l = 150 \text{ m}$ langen Wegs ist mit $m = 10 \%$ angegeben. Nach einer Stärkung durch die Einnahme eines halben Liters „Küstennebel“ beginnt eine rasante Abfahrt, die von den zahllosen Schaulustigen am Wegesrand bejubelt wird.

Mit welcher Geschwindigkeit v_{end} erreicht der Schlitten, der nun mit den drei „Weihnachtsmännern“ besetzt ist, den Fuß des Hügels (Reibungszahl Kufen – Schnee: $\mu = 0,15$)?

Teilaufgabe 2:

24. Dezember 22.⁰⁴ Uhr

Am Ende der Abfahrt prallt der schlecht gelenkte Schlitten auf einen – aus Sicherheitsgründen aufgebauten – Heuhaufen und kommt dort in der Zeit $t = 0,2 \text{ s}$ zum Stillstand. Berechne die (konstante) Bremskraft F_B , der die „Passagiere“ ausgesetzt sind! Um welche Strecke s_B wird der Heuballen zusammengepresst?

Teilaufgabe 3:

24. Dezember 22.³⁵ Uhr

Der, nach nunmehr 1 l „Küstennebel“, sichtlich angeschlagene Weihnachtsmann fällt von dem mit der konstanten Geschwindigkeit $v_0 = 2 \text{ m/s}$ gezogenen Schlitten und bleibt 1 min bewegungslos liegen. Nach weiteren 10 s beginnt er eine heroische Aufholjagd. Wie groß ist seine konstante Beschleunigung, wenn er für den gesamten Einholvorgang $t_2 = 4 \text{ min}$ benötigt? Welche Strecke s_e legt er in dieser Zeit zurück und welche Endgeschwindigkeit v_e besitzt er?

Teilaufgabe 4:

25. Dezember 0.⁰³ Uhr

Die durch die brennende Zigarre von Rudolph ausgelöste Mehlstaubexplosion in der Backstube der Bäckerei Schmölgeöller ruft den Kriegsveteranen Erwin Blümsche auf den Plan. Dieser zündet den seit Jahren im Seniorenheim eingelagerten Mörser der Marke Sternenzauber, um damit das vermeintlich angebrochene neue Jahr zu begrüßen. Das Projektil verlässt mit der Geschwindigkeit $v_0 = 85 \text{ m/s}$ das senkrecht nach oben gerichtete Rohr. Mit dem spontan angestimmten Kirchengesang „Wir sind nur Gast auf Erden“ erwarten die Stenkelfelder den Einschlag des Geschosses. Welche Höhe h_1 besitzt das Projektil nach $t_1 = 3 \text{ s}$? Nach welcher Zeit t_2 wird die Höhe $h_2 = 300 \text{ m}$ erreicht? Berechne auch die Maximalhöhe h_{max} (mit Herleitung der Formel!) und die Gesamtdauer t_{ges} der Bewegung.

Stochastik (75 €)

Alle Jahre wieder ... werden die Bewohner des „Heiligen Geist – Spitals“ in der Faschingszeit als Pro-bepublikum für Amateurvorführungen der örtlichen Gesangs – und Theatervereine missbraucht. Deshalb beschließt der Ältestenrat unter Führung des 88. jährigen Generalmajors a. D. August Bertram Wehr, die – für die Koordination der Aufführungen verantwortliche – Heimleitung noch vor dem ersten Februar im streng bewachten Barbituratlager des Gebäudes festzusetzen; zusätzlich soll der gesamte Komplex mit ausgeklügelten Sicherungssystemen hermetisch von der Außenwelt abgeriegelt werden.

1. Am Vorabend des Faschingssamstags kündigen die Lieder „Ein kleines Schnäpschen vor dem Tanz hebt die Stimmung und den Sch...wung“ und „Christus war ein Steuermann“ vom Vorrücken des Marinechores des Zerstörers „Schleswig-Holstein“. Nach den ersten vernehmbaren Tönen erleuchten 200 – Scheinwerfer des Typs „Varta – Volkssturm“ die weitläufigen Grünanlagen des Heimgeländes bis hin zum sorgfältig angebrachten Stacheldrahtzaun an den Grundstücksgrenzen. Die Ausfallwahrscheinlichkeit eines der in die Jahre gekommenen Leuchtkörper liegt bei 12,5%.
 - a. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von den 200 Scheinwerfern mehr als 15 aber weniger als 25 ausfallen.
 - b. Eine effiziente Sicherung des Geländes kann durch das Verteidigungspersonal nur erfolgen, wenn mindestens 160 Scheinwerfer in Betrieb bleiben. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Gelände nicht mehr gesichert werden kann.
2. Die Trachtengruppe des örtlichen Elektrizitätswerks startet am Rosenmontag ihre „Abendattacke“ auf das Heim mit dem Abstellen der externen Stromversorgung. Der im tiefen Dunkel liegende Garten der Anlage bietet nun keinen Schutz vor den Eindringlingen. Zusätzlich werden die Akteure durch folgende Vereinbarung motiviert: Misslingt der Versuch zu den Heimbewohnern durchzudringen, werden 30 € Strafgebühr erhoben. Dies passiert bei 70 % aller Mitglieder des Trachtenvereins. 70 % der erfolgreichen Versuche werden über die Gehhilfe – und Rollator Sperre an der Nordostseite des Komplexes ausgeführt. Hier wird ein Preisgeld von 5 € gezahlt. Bei 7 % aller Eindringversuche gelingt das Aufbrechen der verschweißten Sieddeckel im Keller. In diesem Fall werden 15 € erstattet. Gelingt das Überwinden der „Windelsammelstelle“ an der windgeschützten Südfront des Spitals, werden sogar 50 € ausbezahlt; dies geschieht in allen verbleibenden Fällen.
 - a. Berechnen Sie den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung der Zufallsvariablen $X :=$ „(Miss -) Erfolgsart beim Eindringversuch“ in das Spital.
 - b. Wie viele Mitglieder der Trachtengruppe müssten sich mindestens für die Adventsveranstaltung melden, damit es wenigstens einem Teilnehmer / einer Teilnehmerin gelingt, mit einer Gesamtwahrscheinlichkeit von mindestens 99% zu den Senioren vorzudringen?