

Analysis 2:

Aufgabe 1:

$$a) \quad p(x) = -\frac{1}{5} \cdot x^2 + 5 \rightarrow \begin{cases} I: -\frac{1}{5} \cdot x^2 + 5 = 0 \leftrightarrow x^2 = 25 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -5 \\ x_2 = +5 \end{cases} \\ II: \quad p(0) = -\frac{1}{5} \cdot 0^2 + 5 = 5 \end{cases}$$

$$p'(x) = -\frac{2}{5} \cdot x \rightarrow p'(-5) = 2 = \tan \varphi \rightarrow \varphi = 63,43^\circ$$

Dass die beiden Bedingungen erfüllt sind ist mit der Rechnung offensichtlich!

$$b) \quad \text{Pythagoras: } d^2(x) = x^2 + [p(x)]^2$$

$$d(x) = \sqrt{x^2 + \left[-\frac{1}{5} \cdot x^2 + 5\right]^2} = \sqrt{\frac{1}{25} \cdot x^4 - x^2 + 25}$$

$$c) \quad \text{Minimaler Abstand: } d'(x) = \frac{\frac{4}{25} \cdot x^3 - 2 \cdot x}{2 \cdot \sqrt{\frac{1}{25} \cdot x^4 - x^2 + 25}} = 0 \rightarrow \frac{4}{25} \cdot x^3 - 2 \cdot x = 0$$

$$\left(\frac{4}{25} \cdot x^2 - 2\right) \cdot x = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{5}{2} \cdot \sqrt{2} \\ [x_2 = 0 \rightarrow d_{\max} = 5] \\ x_3 = +\frac{5}{2} \cdot \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow d_{\min} = d\left(+\frac{5}{2} \cdot \sqrt{2}\right) = +\frac{5}{2} \cdot \sqrt{3} \approx 4,33 \text{ [m]}$$

Aufgabe 2:

$$a) \quad k(x) = 5 \cdot \cos(c \cdot x) \text{ mit } ID_k = [-5; +5]$$

$$k(+5) = 5 \cdot \cos(5 \cdot c) = 0 \leftrightarrow 5 \cdot c = \frac{\pi}{2} \rightarrow c = \frac{\pi}{10}$$

$$\begin{aligned} \int_{-5}^{+5} 5 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{10} \cdot x\right) dx &= \left[\frac{50}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{10} \cdot x\right)\right]_{-5}^{+5} \\ &= \frac{50}{\pi} \cdot \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{=1} - \frac{50}{\pi} \cdot \underbrace{\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)}_{=-1} = \frac{100}{\pi} \text{ [m}^2\text{]} \end{aligned}$$

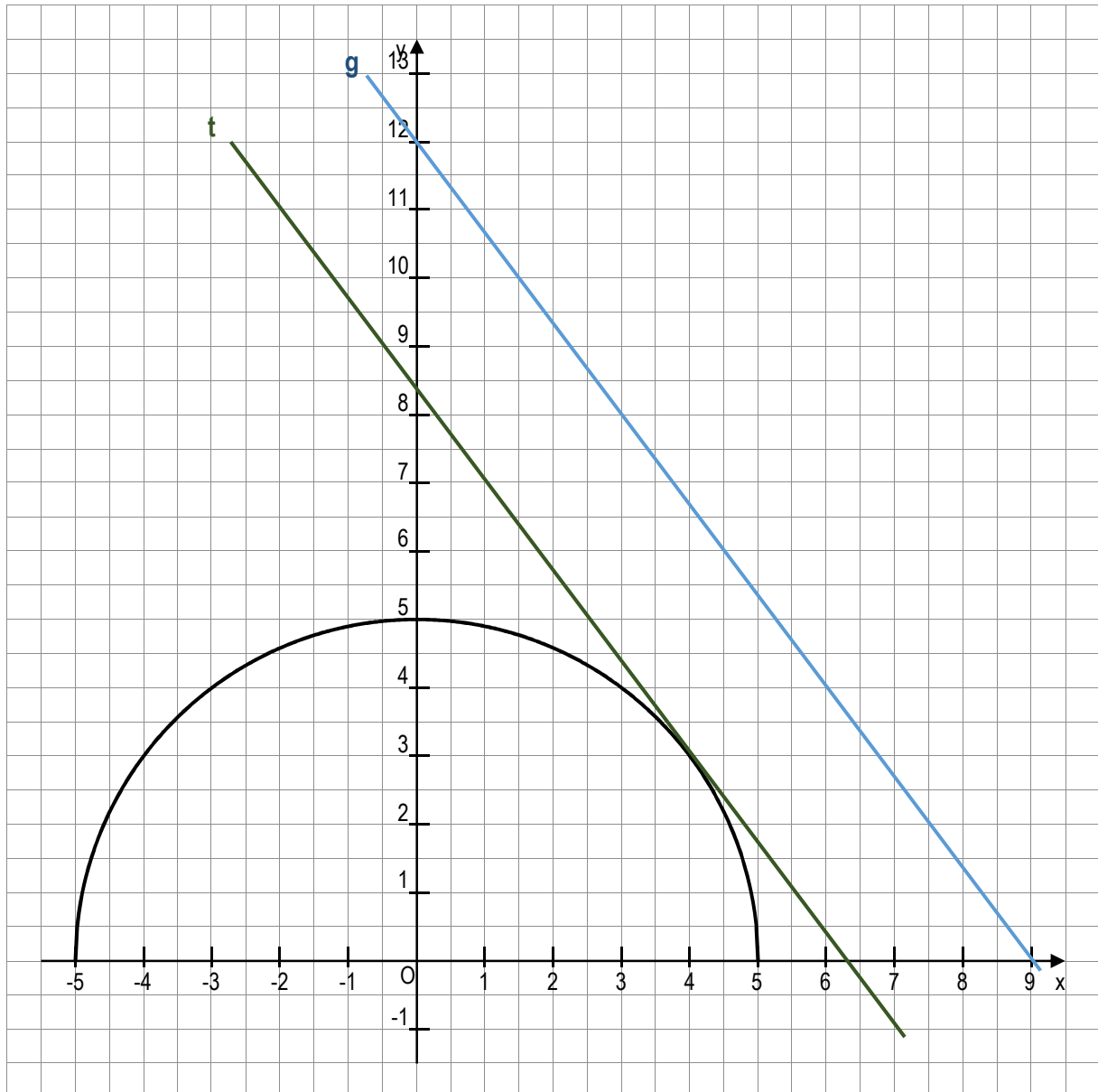
$$b) \quad \text{Aufgrund der Symmetrie genügt ...}$$

$$k(-3) = 5 \cdot \cos\left(\frac{-3 \cdot \pi}{10}\right) = \underbrace{2,94}_{<4} \text{ [m]} \quad \text{sowie: } p(-3) = \frac{16}{5} = \underbrace{3,2}_{<4} \text{ [m]}$$

Aufgabe 3:

- a) Es liegt die klassische Kreisgleichung vor (oberer Halbkreis):

$x^2 + y^2 = 25 \rightarrow y = \sqrt{25 - x^2} = f(x)$, wobei M der Mittelpunkt des Halbkreises ist! Wegen $4 \leq \sqrt{25 - (-3)^2} = \sqrt{25 - (+3)^2}$ für $x \in [-3; +3]$ ist insbesondere auch Bedingung III erfüllt!



- b) Das vorliegende Integral entspricht im Bild dem Flächeninhalt eines Viertelkreises mit dem Radius 5 LE. Damit folgt: $F(5) = A_{\frac{1}{4}K} = \frac{5^2 \cdot \pi}{4} = \frac{25}{4} \cdot \pi$.

Da $f(x) = F'(x) \geq 0$ ist G_f streng monoton steigend. Deshalb scheidet B aus. Da der Flächenzuwachs mit größer werdendem x kleiner wird kommt auch C nicht für G_f in Frage. Deshalb muss A der gesuchte Graph sein.

c) Querschnittsfläche des Tunnels: $A_Q = 2 \cdot F(5) = \frac{25}{2} \cdot \pi \text{ [m}^2\text{]}$

Fläche nach Modellierung in 2a: $A_Q = \frac{100}{\pi} \text{ [m}^2\text{]}$

Abweichung in %: $\Delta A = \frac{\frac{100}{\pi} - \frac{25}{2} \cdot \pi}{\frac{100}{\pi}} = 23,37\%$

Oder: $\Delta A = \frac{\frac{25}{2} \cdot \pi - \frac{100}{\pi}}{\frac{25}{2} \cdot \pi} = 18,94\%$

d) $f(x) = \sqrt{25 - x^2} \rightarrow f'(x) = \frac{-2 \cdot x}{2 \cdot \sqrt{25 - x^2}} \rightarrow f'(4) = \frac{-2 \cdot 4}{2 \cdot \sqrt{25 - 16}} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3}$

$f'(4) = m_t = -\frac{4}{3} = m_g$

- e) Es lässt sich eine Gerade h, die auf t senkrecht steht und durch R verläuft aufstellen (diese Gerade muss eine Ursprungsgerade sein). Berechnet man den Schnittpunkt S von g mit h, so lässt sich der Abstand von S zum Ursprung mit Hilfe des Pythagoras berechnen. Davon ist nun noch der Kreisradius zu subtrahieren!

Nur für Spaß:

$h: y = \frac{3}{4} \cdot x = -\frac{4}{3} \cdot x + 12 = y: g \leftrightarrow x = \frac{144}{25} \rightarrow S\left(\frac{144}{25}; \frac{108}{25}\right)$

$d(g; t) = \sqrt{\left(\frac{144}{25}\right)^2 + \left(\frac{108}{25}\right)^2} - 5 = \frac{11}{5} = 2,2 \text{ [m]}$

Stochastik 2:

Aufgabe 1:

Nein, diese Folgerung ist unzulässig. Zwar legen die Zahlen nahe, dass 20% - 25% der Bevölkerung an Allergien leiden (offensichtlich ein Schätzwert, allein deshalb ist die Aussage schon falsch) und deshalb die angesprochene Aussage erfüllt sein kann (41% von 25% entsprechen 10,25%), trotzdem fehlt hier zum einen der absolute Bezug sowie die Erfüllung der „mindestens“ Bedingung für einen Allergiker Anteil von nur 20%.

Aufgabe 2:

$$a) B(n; 0,25; k \geq 1) = 1 - \underbrace{B(n; 0,25; k = 0)}_{0,75^n} > 0,99 \rightarrow n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,75}$$

$$\rightarrow n = 17$$

Es müssen mindestens 17 Personen ausgewählt werden!

$$b) E(x) = 200 \cdot \frac{1}{4} = 50; \quad \sigma = \sqrt{200 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}} = 6,124$$

$$B(200; 0,25; 44 \leq k \leq 56) \\ = B(200; 0,25; k \leq 56) - B(200; 0,25; k \leq 43) = 71,2\%$$

Aufgabe 3:

a) Vierfeldertafel

	A	$\bar{A}$	
P	$x \cdot 0,85$	$(1 - x) \cdot 0,35$	0,395
$\bar{P}$	$x \cdot 0,15$	$(1 - x) \cdot 0,65$	0,605
	x	1 - x	1

$$L: \quad x \cdot 0,85 + (1 - x) \cdot 0,35 = 0,35 + 0,5 \cdot x = 0,395 \Leftrightarrow 0,5 \cdot x = 0,045 \Leftrightarrow x = 9\%$$

b) Gesucht ist eine bedingte Wahrscheinlichkeit:

$$P_P(A) = \frac{P(A \cap P)}{P(P)} \rightarrow P_P(A) = \frac{0,09 \cdot 0,85}{0,395} = 19,4\%$$

c) Die angegebene Wahrscheinlichkeit gehört zum Ereignis, dass der Test kein korrektes Ergebnis liefert!

Geometrie 2:

a) Mit dreifachem Pythagoras:

Angenommen, die Kamera befindet sich 30m über dem Anstoßpunkt: Dann sind die vier Seile jeweils ... $l_{30} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{90^2 + 120^2} \text{ m} = 75 \text{ m}$ lang.

In der Höhe 25 m wäre jedes Seil ... $l_{25} = \sqrt{75^2 + 5^2} \text{ m} = 5 \cdot \sqrt{226} \text{ m}$ lang

In der Höhe 6 m wäre jedes Seil ... $l_6 = \sqrt{75^2 + 24^2} \text{ m} = 3 \cdot \sqrt{689} \text{ m}$ lang

Insgesamt muss also an jeder Seilwinde eine Länge von $l_6 - l_{25} = 3,58 \text{ m}$ abgerollt werden!

$$\text{b) } g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 45 \\ 60 \\ 6 \end{pmatrix} + \varphi \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 20 \\ 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{x_3=10} \varphi = 2 \rightarrow K_2(51; 100; 10)$$

$$\text{c) } \cos \alpha = \frac{\overrightarrow{K_2B} \circ \vec{n}_{x_1x_2}}{|\overrightarrow{K_2B}|} \rightarrow \cos \alpha = \frac{\begin{pmatrix} -11 \\ 5 \\ -10 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{246}} = \frac{-10}{\sqrt{246}} \rightarrow \alpha = 50,4^\circ$$

$$\text{d) } E: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 30 \end{pmatrix} + \varepsilon \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \varphi \cdot \begin{pmatrix} 51 \\ 100 \\ -20 \end{pmatrix}$$
$$\text{mit } \vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 51 \\ 100 \\ -20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 0 \\ 0 + 20 \\ 100 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$
$$NF_E: \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \circ \left[\vec{X} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 30 \end{pmatrix} \right] = 0 \leftrightarrow x_2 + 5 \cdot x_3 - 150 = 0$$

$HNF_E: \frac{x_2 + 5 \cdot x_3 - 150}{\sqrt{26}} = 0 \xrightarrow{H \text{ in } HNF} \frac{-5}{\sqrt{26}} < 0 \rightarrow H \text{ und der Ursprung des Koordinatensystems liegen im gleichen Halbraum, d.h. H liegt unterhalb von E.}$

e) Irgendein doofes Geschwätz machen (bzgl. der Parabelform der Flugbahn und der linearen Form der „Seilgeraden“).