Analysis

Prüfungsteil B / Aufgabengruppe 1

zu Aufgabe 1:

a)

$$h(x) = 3 \cdot x \cdot (-1 + \ln x) \rightarrow h'(x) = 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot (-1 + \ln x) = 3 - 3 + 3 \cdot \ln x = 3 \cdot \ln x$$

$$m_T = h'(e) = 3 \cdot \underbrace{\ln e}_{=1} = 3$$

$$T\colon\ y = m \cdot x + t \xrightarrow[\text{einsetzen}]{(e;0)\ und\ m_T} 0 = 3 \cdot e + t \rightarrow y = 3 \cdot x - 3 \cdot e$$

$$\tan \varphi = m_T \rightarrow \varphi = \tan^{-1} 3 \approx 71{,}6°$$

b) Grenzwert, Monotonieverhalten, Wertemenge:

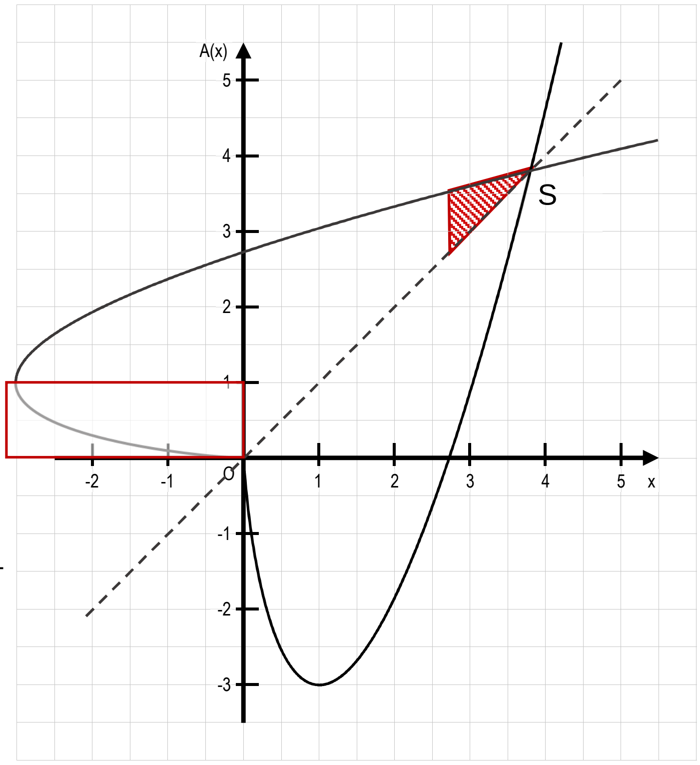
$$\lim_{x \to +\infty} h(x) = \lim_{x \to +\infty} [3 \cdot x \cdot (-1 + \ln x)] = "+\infty"$$
$$h'(x) = 3 \cdot \ln x < 0 \leftrightarrow x < 1 \rightarrow G_h\ ist\ streng\ monoton\ fallend\ in\ ]0;1[$$
$$h'(x) = 3 \cdot \ln x > 0 \leftrightarrow x > 1 \rightarrow G_h\ ist\ streng\ monoton\ steigend\ in\ ]1;+\infty[$$
$$G_h\ besitzt\ in\ TIP(1;-3)\ ein\ globales\ Minimum \rightarrow W = [-3;+\infty[$$

c) Grenzwerte:

$$\lim_{x \to 0+} h(x) = \lim_{x \to 0+} [3 \cdot x \cdot (-1 + \ln x)] = 0$$
$$\lim_{x \to 0+} h'(x) = \lim_{x \to 0+} [3 \cdot \ln x] = "-\infty"$$

d) $ID_{h^*} = W_h = [-3;+\infty[$
$und\ \ W_{h^*} = D_h = [1;+\infty[$

zu $S\left(\sqrt[3]{e^4}; \sqrt[3]{e^4}\right), wegen$:
$h(x) = x = h^*(x)$
$\leftrightarrow 3 \cdot x \cdot (-1 + \ln x) = x$
$\leftrightarrow -3 + 3 \cdot \ln x = 1$
$\leftrightarrow \ln x = \dfrac{4}{3} \leftrightarrow x = \sqrt[3]{e^4} \approx 3{,}8$



e) **Bemerkung:**
Der Graph der Umkehrfunktion ist nicht ganz korrekt eingezeichnet! Der rot umrahmte Bereich ist wegzudenken!

f) $\int_e^{x_1} (x - h(x))dx + \int_0^{x_1} (h^*(x))dx +$
$- \displaystyle\int_e^{x_1} (x - h^*(x))dx = A_{gesucht}$

zu Aufgabe 2:

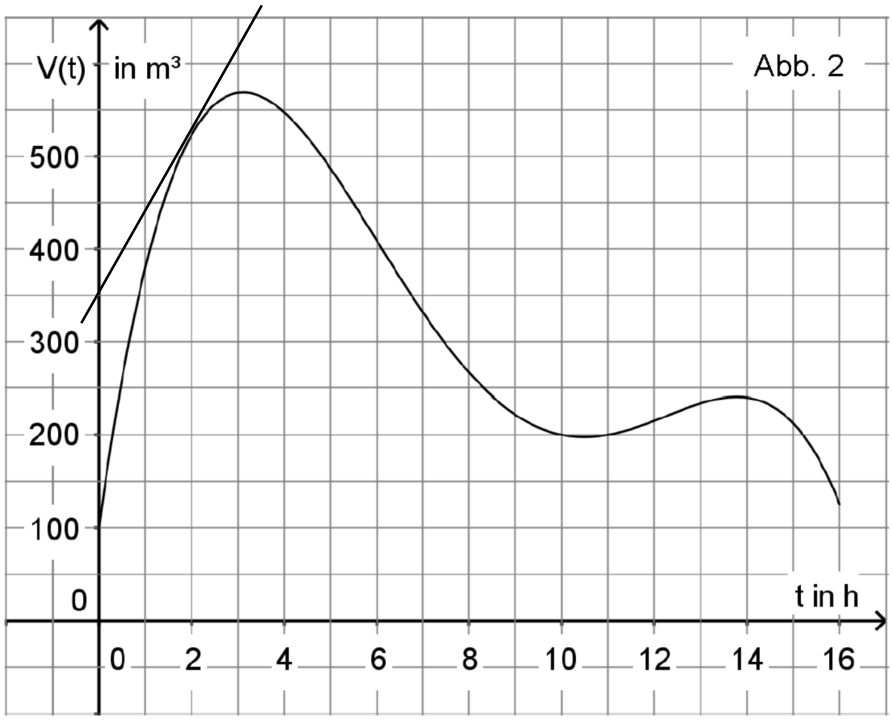
a) $V(5) \approx 480m^3$; $V(t) > 450m^3$ $für\ t \in$ $[1{,}4\ h; 5{,}5\ h]$

b) Einzeichnen einer Tangente und ablesen der Steigung ergibt …

Momentane ÄR:

$V'(2) \approx \dfrac{180\ m^3}{2\ h}$

$V'(2) \approx 90\dfrac{m^3}{h}$



c) 6 Stunden nach dem Beobachtungszeitpunkt t befinden sich 350 m³ Wasser weniger im Becken als zum Zeitpunkt t.

$$Wegen: V(11) \approx 200m^3 \neq 130m^3 = 480m^3 - 350m^3 = V(5) - 350m^3$$

ist die angegebene Beziehung nicht gültig!

d) $g(t) = V'(t) = 0{,}4 \cdot (2 \cdot t^3 - 39 \cdot t^2 + 180 \cdot t) = 0{,}4 \cdot t \cdot (2 \cdot t^2 - 39 \cdot t + 180) = 0$

$\rightarrow t_1 = 0, sowie:$

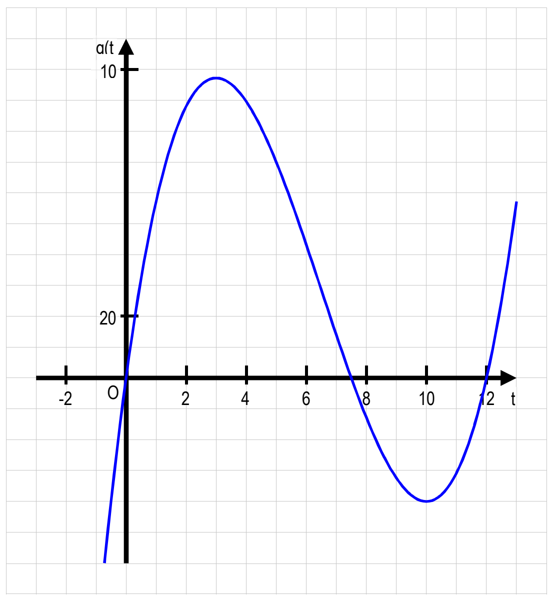
$$t_{2;3} = \frac{39 \pm \sqrt{39^2 - 4 \cdot 2 \cdot 180}}{4}$$

$$t_{2;3} = \frac{39 \pm 9}{4} \rightarrow \begin{cases} t_2 = 7{,}5 \\ t_3 = 12 \end{cases}$$

$Wegen: \lim\limits_{t \to -\infty} g(t) = "-\infty"$

$und \lim\limits_{t \to +\infty} g(t) = "+\infty"$

$folgt\ die\ Behauptung!$



e) $\int_a^b g(t)dt$ gibt an, um welche Wassermenge sich (auf dem Zeitintervall von a nach b) das Wasservolumen im Becken ändert. Da es sich auf dem Intervall von $0 \leq t \leq 7{,}5$ um einen permanenten Wasserzufluss handelt, muss für t = 7,5 h auch die maximale Füllmenge im Becken erreicht werden!

$$\int_0^{7{,}5} g(t)dt + 150m^3 = \left[0{,}4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot t^4 - 13 \cdot t^3 + 90 \cdot t^2\right)\right]_0^{7{,}5} + 150m^3 = 614m^3$$

Analysis

Prüfungsteil A / Aufgabengruppe 2

zu Aufgabe 1:

a)

$$f(x)=\frac{(3+x)^2}{x-1} \quad S_x(-3/0); \quad S_y(0/-9);$$
$$ID_{\max}=IR/\{1\}$$

b)

$$T(x)=x+7+\frac{16}{x-1}=\frac{(x+7)\cdot(x-1)+16}{x-1}=\frac{x^2+6\cdot x+9}{x-1}=$$
$$=\frac{(3+x)^2}{x-1}=f(x)$$

Bei der Geraden g handelt es sich um eine schräge Asymptote!

zu Aufgabe 2:

a)

$$f(x)=2\cdot e^{\frac{1}{2}\cdot x}-1=0 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}\cdot x}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=2\cdot\ln\left(\frac{1}{2}\right)=\ln\left(\frac{1}{4}\right)=-\ln(4)$$

b)

$$f(x)=2\cdot e^{\frac{1}{2}\cdot x}-1$$
$$f'(x)=e^{\frac{1}{2}\cdot x} \quad m_t=f'(0)=e^{\frac{1}{2}\cdot 0}=1 \quad t=1$$
$$t:\ y=x+1 \quad mit:\ N_t(-1/0)$$

Das vorliegende Dreieck ist gleichschenklig rechtwinklig!

zu Aufgabe 3:

a)

$$g(x)=q\cdot\sin\left(\frac{\pi}{r}\cdot x\right)+p$$
$$mit:\quad p=3;\ q=2;\ r=5;$$

b)

$$g(x)=2\cdot\sin\left(\frac{\pi}{5}\cdot x\right)+3$$
$$h(x)=2\cdot\sin\left[\frac{\pi}{5}\cdot(x-2)\right]+3$$

zu Aufgabe 4:

a)

$$n(t) = 3 \cdot t^2 - 60 \cdot t + 500$$

$$\left.\begin{matrix} n(0) = 500 \\ n(2) = 392 \end{matrix}\right\} \rightarrow m_\varnothing = \frac{\Delta n}{\Delta t} \rightarrow m_\varnothing = \frac{392 - 500}{2h - 0h} = -54\frac{1}{h}$$

b)

$$m_t = n'(t) = 6 \cdot t - 60\frac{1}{h} = -30\frac{1}{h}$$

$$\rightarrow 6\frac{1}{h^2} \cdot t - 60\frac{1}{h} = -30\frac{1}{h} \Leftrightarrow t = 5h$$

Nach 5 h besitzt die momentane Änderungsrate der Pollen pro m^3 Luft den gegebenen Wert!

Analysis

Prüfungsteil B / Aufgabengruppe 2

zu Aufgabe 1:

a)

$$f(x)=2\cdot e^{-x}\cdot\left(2\cdot e^{-x}-1\right)=4\cdot e^{-2\cdot x}-2\cdot e^{-x}$$
$$f'(x)=-8\cdot e^{-2\cdot x}+2\cdot e^{-x}=2\cdot e^{-x}\cdot\left(1-4\cdot e^{-x}\right)$$

b)

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 1-4\cdot e^{-x}=0\Leftrightarrow\frac{1}{e^{x}}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow e^{x}=4\Leftrightarrow x=\ln 4$$

$$\rightarrow E\left(\ln 4/-\frac{1}{4}\right)$$

$$wegen:\ f(\ln 4)=2\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(2\cdot\frac{1}{4}-1\right)=-\frac{1}{4}$$

c)

$$F(x)=2\cdot e^{-x}-2\cdot e^{-2\cdot x}$$
$$F'(x)=-2\cdot e^{-x}+4\cdot e^{-2\cdot x}=f(x)\quad(siehe\ a))$$
$$\lim_{x\to+\infty}F(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(2\cdot\overbrace{e^{-x}}^{\to 0}-2\cdot\overbrace{e^{-2\cdot x}}^{\to 0}\right)=0$$

d)

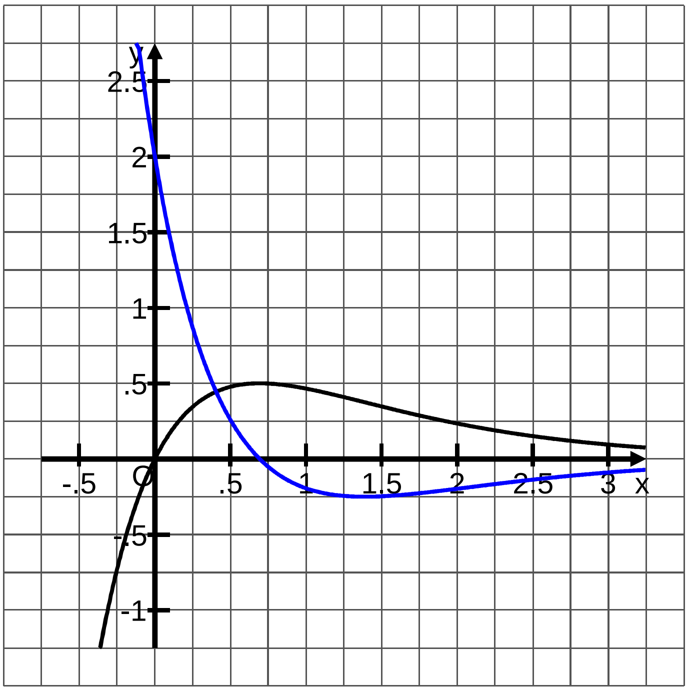
$P(\ln 2/0{,}5)$ ist einzige Nullstelle von f. Wegen …

$$\begin{array}{ll} i) & F'(x)=f(x) \\ ii) & f(x)>0\quad für\quad x<\ln 2 \\ iii) & f(x)<0\quad für\quad x>\ln 2 \end{array}$$

Liegt für F ein globales Maximum vor … Damit folgt die Behauptung.

Wegen $F''(\ln 4)=f'(\ln 4)=0$ besitzt F einem Wendepunkt bei $W\left(\ln 4/\frac{3}{8}\right)$.

e)



f)

Abweichung in %:

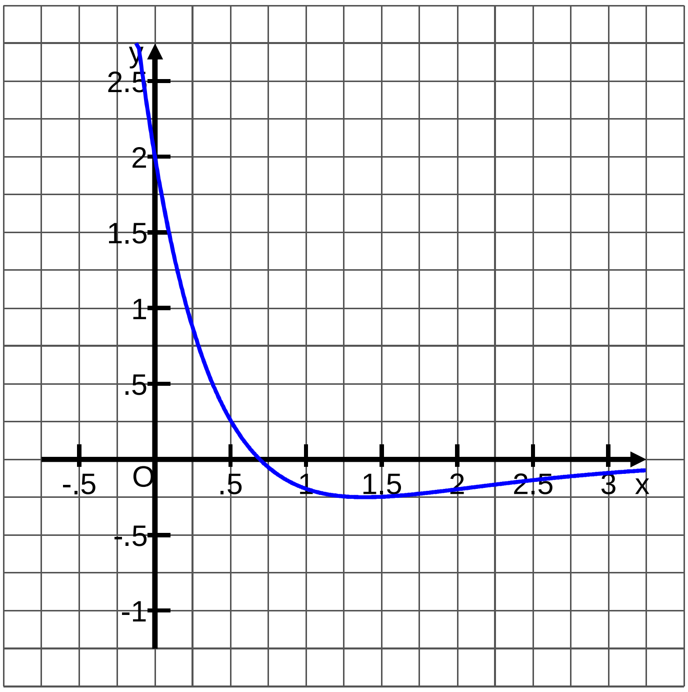
$$\left|\frac{A_f - A_\Delta}{A_f}\right| = \left|\frac{F(\ln 2) - \frac{1}{2}\cdot g\cdot h}{F(\ln 2)}\right| = \left|\frac{0{,}5 - \ln 2}{0{,}5}\right| = 38{,}6\%$$

g)

$$\int_0^x f(t)dt = [F(t)]_0^x =$$

$$= F(x) - \underbrace{F(0)}_{=0} = F(x)$$

Mit dem vorgelegten Integral wird eine Flächenbilanz berechnet!



h) Beispiel (keine IF):

$$F_\#(x) = 2\cdot e^{-x} - 2\cdot e^{-2\cdot x} - 1$$

Da $F_\#(x)$ keine Nullstellen besitzt.

zu Aufgabe 2:

a)

$$6\,\text{min} \rightarrow 1 \Leftrightarrow 12\,\text{min} \rightarrow 2$$

$$B(2) = e^{-4} = 1{,}8\%$$

$$F(2) = 23{,}4\% \quad (Angabe)$$

$$P(2) = 74{,}8\% \quad (P(2) = 1 - B(2) - F(2))$$

b)

$P(\ln 2 / 0{,}5)$ ist globales Maximum von F.

Die x-Koordinate entspricht dem Zeitwert für die maximale Anzahl von TI(207) – Kernen im Gefäß.

Damit gilt:

$$t = \ln 2 \cdot 360s \approx 250s$$

c)

Die Bedingung kann nur erfüllt werden, wenn sich alle drei Funktionen in genau einem Punkt schneiden (identische Ordinaten)! Wegen der strengen Monotonie von B(x) und …

$$B(x) = F(x)$$

$$e^{-2\cdot x} = 2 \cdot e^{-x} - 2 \cdot e^{-2\cdot x} \Leftrightarrow 3 \cdot e^{-2\cdot x} = 2 \cdot e^{-x} \Leftrightarrow e^{x} = \frac{3}{2}$$

$$B(x) = P(x) \Leftrightarrow 2 \cdot B(x) = 1 - F(x)$$

$$2 \cdot e^{-2\cdot x} = 1 - 2 \cdot e^{-x} + 2 \cdot e^{-2\cdot x} \Leftrightarrow 2 \cdot e^{-x} = 1 \Leftrightarrow e^{x} = 2$$

… folgt die Behauptung sofort.

d)

$$\lim_{x \to +\infty} P(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(1 - 2 \cdot \overbrace{e^{-x}}^{\to 0} - \overbrace{e^{-2\cdot x}}^{\to 0} \right) = 1$$

Nach einer sehr langen Zeitspanne liegt praktisch nur noch Blei im Gefäß vor!

Stochastik

Prüfungsteil B / Aufgabengruppe 1

zu Aufgabe 1:

a) $B(200; 0{,}4; k \geq 70) = 1 - B(200; 0{,}4; k \leq 69) = 1 - 0{,}06390 = 93{,}61\%$

b) $P(A) = 0{,}6^4 \cdot 0{,}4 = 5{,}18\%;$
$E(X) = n \cdot p; \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} \rightarrow \underbrace{E(X) - \sqrt{n \cdot p \cdot q}}_{80-\sqrt{48}\approx 74} \leq k \leq \underbrace{E(X) + \sqrt{n \cdot p \cdot q}}_{80+\sqrt{48}\approx 86}$
$P(B) = B(200; 0{,}4; 74 \leq k \leq 86) = B(200; 0{,}4; k \leq 86) - B(200; 0{,}4; k \leq 73)P(B)$
$P(B) = B(200; 0{,}4; 74 \leq k \leq 86) = 65{,}18\%;$

zu Aufgabe 2:

a) α) Die vier Autofahrer stellen sich – unter Berücksichtigung der Reihenfolge – auf vier der zwanzig Stellplätze (Autos sind unterscheidbar)!

β) Die vier Autofahrer stellen sich – ohne Berücksichtigung der Reihenfolge – auf vier der zwanzig Stellplätze (Autos sind nicht unterscheidbar)!

b) $P_K(E) = \frac{P(K \cap E)}{P(K)} \rightarrow P_K(E) = \frac{3}{10} = 30\%$
$P_K(E)$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass es sich beim betrachteten Wagen um ein Fahrzeug mit ESP handelt, wenn bereits bekannt ist, dass es sich um einen Kleinwagen handelt!

	K	$\overline{K}$	Σ
E	3	37	40
$\overline{E}$	7	53	60
Σ	10	90	100

c) Hypergeometrische Verteilung (Ziehen ohne Zurücklegen!):

$$P(E) = \frac{\binom{40}{12} \cdot \binom{60}{18}}{\binom{100}{30}} = 17{,}59\%$$

oder (binomiale Näherung hier eher nicht geeignet, da n < 50):

$$B(30; 0{,}4; k = 12) = 14{,}74\%$$

Stochastik

Prüfungsteil A / Aufgabengruppe 2

zu Aufgabe 1:

a)

$$P(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{0{,}12}{0{,}3}=0{,}4$$

	A	$\overline{A}$	
B	0,12	0,28	0,4
$\overline{B}$	0,18	0,42	0,6
	0,3	0,7	1

b)

Unter den Wahlberechtigten, die älter als 50 Jahre sind ist der Anteil, der die derzeitige Regierungspartei wählen will, genauso groß wie unter allen Wahlberechtigten!

zu Aufgabe 2:

a)

$$P(E)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{8}=37{,}5\%$$

b)

$$\frac{1}{3}\cdot 0\cdot x+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot x+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot x=1 \quad (Euro)$$

$$\frac{1}{6}\cdot x+\frac{1}{9}\cdot x=\frac{5}{18}\cdot x=1 \quad\Leftrightarrow\quad x=\frac{18}{5}=3{,}60 \quad (Euro)$$

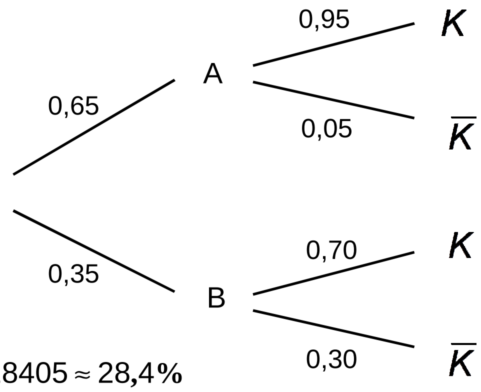
Stochastik

Prüfungsteil B / Aufgabengruppe 2

zur Aufgabe:

a)

$P_A(K)=0{,}95;\quad P_B(K)=0{,}70;\quad P(A)=0{,}65;$



α) $P(K)=0{,}6175+0{,}245=0{,}8625\approx 86{,}3\%$

β) $P_K(B)=\dfrac{P(B\cap K)}{P(K)}\rightarrow P_K(B)=\dfrac{0{,}245}{0{,}8625}=0{,}28405\approx 28{,}4\%$

b)

$P(E)=B(200;0{,}70;k=140)=0{,}06146\approx 6{,}1\%$

$$P(F)=B(200;0{,}70;130<k<150)=B(200;0{,}70;k\le 149)-B(200;0{,}70;k\le 130)=$$
$$=0{,}93045-0{,}07279=0{,}85766\approx 85{,}8\%$$

c) Es wird die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E: „Von 300 ausgesäten Samenkörnern der Sorte A keimen höchstens 274“ berechnet.

d)

G_A: Sorte A trägt Früchte

G_B: Sorte B trägt Früchte

$P(G_A)=0{,}95\cdot 0{,}85=0{,}8075\rightarrow\quad \text{Preis}:\ \dfrac{17ct}{0{,}8075}=21ct$

$P(G_B)=0{,}70\cdot 0{,}75=0{,}5250\rightarrow\quad \text{Preis}:\ \dfrac{12ct}{0{,}5250}=23ct$

Antwort: Die Sorte A kommt finanziell günstiger!

e)

H_0: "$p\le 0{,}70$" $\quad A_0=\{0,\dots,k\}$
H_1: "$p>0{,}70$" $\quad A_1=\{k+1,\dots,100\}\quad mit:\ \alpha\le 0{,}05$

$$B(100;0{,}70;k+1\le k_i\le 100)=1-B(100;0{,}70;0\le k_i\le k)\le 0{,}05$$
$$\Leftrightarrow B(100;0{,}70;0\le k_i\le k)\ge 0{,}95\xrightarrow{\text{Tafelwerk}}k=77$$

Analytische Geometrie

Prüfungsteil B / Aufgabengruppe 1

zur Aufgabe:

a) AB verläuft parallel zur x_1x_2-Ebene, weil die x_3 Komponente beider Punkte 1 LE beträgt!

b) ABCD ist ein Rechteck, denn …

$$|\overrightarrow{AB}| = \left|\begin{pmatrix}2\\6\\0\end{pmatrix}\right| = \sqrt{40} = \left|\begin{pmatrix}2\\6\\0\end{pmatrix}\right| = |\overrightarrow{DC}|, \qquad insbes.: \overrightarrow{AB}||\overrightarrow{DC}$$

$$|\overrightarrow{BC}| = \left|\begin{pmatrix}-6\\2\\4\end{pmatrix}\right| = \sqrt{56} = \left|\begin{pmatrix}-6\\2\\4\end{pmatrix}\right| = |\overrightarrow{AD}|, \qquad insbes.: \overrightarrow{BC}||\overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{AB}\circ\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix}2\\6\\0\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}-6\\2\\4\end{pmatrix} = -12+12+0 = 0 \to \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$$

$$\vec{M} = \frac{1}{2}\cdot(\vec{A}+\vec{C}) \to \vec{M} = \frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}-4\\8\\6\end{pmatrix} \to M(-2;4;3)$$

c) Ebenengleichung:

$$E: \vec{X} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + \mu\cdot\begin{pmatrix}2\\6\\0\end{pmatrix} + \varphi\cdot\begin{pmatrix}-6\\2\\4\end{pmatrix}, \qquad mit: \vec{n} = \begin{pmatrix}2\\6\\0\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}-6\\2\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}24-0\\0-8\\4+36\end{pmatrix} \mathrel{\widehat{=}} \begin{pmatrix}3\\-1\\5\end{pmatrix}$$

$$NF_E: \begin{pmatrix}3\\-1\\5\end{pmatrix}\circ\left[\vec{X} - \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right] = 0 \to KF_E: 3\cdot x_1 - x_2 + 5\cdot x_3 - 5 = 0$$

d) Der Neigungswinkel des Panels zur x_1x_2-Ebene erfüllt die erwünschte Eigenschaft, denn

$$\cos\varepsilon = \frac{\begin{pmatrix}3\\-1\\5\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}3\\-1\\5\end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right|} = \frac{5}{\sqrt{35}} \to \varepsilon = \cos^{-1}\frac{5}{\sqrt{35}} = 32{,}31°$$

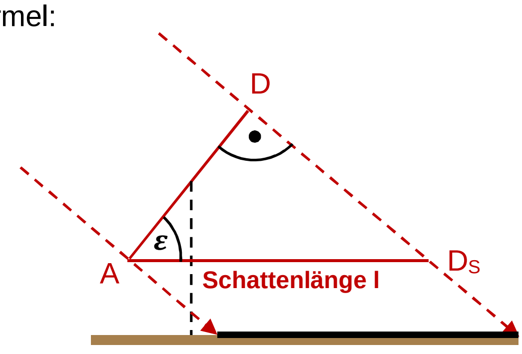
e) Entwicklung der angegebenen Formel:

Für die Schattenlänge $\overline{AD_S} = l$ gilt (Hypotenuse des Dreiecks ADD_S):

$$\cos\varepsilon = \frac{\overline{AD}}{\overline{AD_S}} \to \overline{AD_S} = \frac{\overline{AD}}{\cos\varepsilon}$$

und damit für die Rechtecksfläche (unter Berücksichtigung des Maßstabes):

$$A_R = \overline{AB}\cdot\overline{AD_S} = \left\{\overline{AB}\cdot\frac{\overline{AD}}{\cos\varepsilon}\right\}\cdot\left(\frac{4}{5}m\right)^2$$



Schattenlänge l

f) Berechnet werden muss der Abstand r von A zur Geraden, die das Metallgestänge darstellt. Da dieses Gestänge senkrecht auf der horizontalen steht muss der Punkt M* mit dem geringsten Abstand zu A die Koordinaten M*(-2; 4; 1) besitzen! Es gilt:

$$r = |\overrightarrow{AM^*}| = \left|\begin{pmatrix}-2\\4\\0\end{pmatrix}\right| = \sqrt{20} = \mathbf{3,58\,m} \to U_k = 2\cdot r\cdot\pi\cdot 0{,}8\,m = 22{,}48\,cm$$

Analytische Geometrie

Prüfungsteil A / Aufgabengruppe 2

zu Aufgabe 1:

a)

$$\overrightarrow{CA}=\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix};\quad \overrightarrow{CB}=\begin{pmatrix}2\\-5\\1\end{pmatrix};\qquad \overrightarrow{CA}\circ\overrightarrow{CB}=\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}2\\-5\\1\end{pmatrix}=4-5+1=0\rightarrow\overrightarrow{CA}\perp\overrightarrow{CB}$$

b)

Da der Punkt D auf der x_2 – Achse liegt muss lediglich ein Koordinatentausch mit Vorzeichenwechsel in der x_2 Koordinate stattfinden…

$$\overrightarrow{DA}=\begin{pmatrix}2\\5\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\x_2\\0\end{pmatrix}\rightarrow x_2=-2\rightarrow D(0/-2/0)$$

zu Aufgabe 2:

a)

$$E:\ 2\cdot x_1+x_2-2\cdot x_3=-18$$

$$\left.\begin{array}{l}S_{x_1}(-9/0/0)\\ S_{x_2}(0/-18/0)\end{array}\right\}\rightarrow A_\Delta=\frac{\left|\vec{s}_{x_1}\right|\cdot\left|\vec{s}_{x_2}\right|}{2}=81\ FE$$

b)

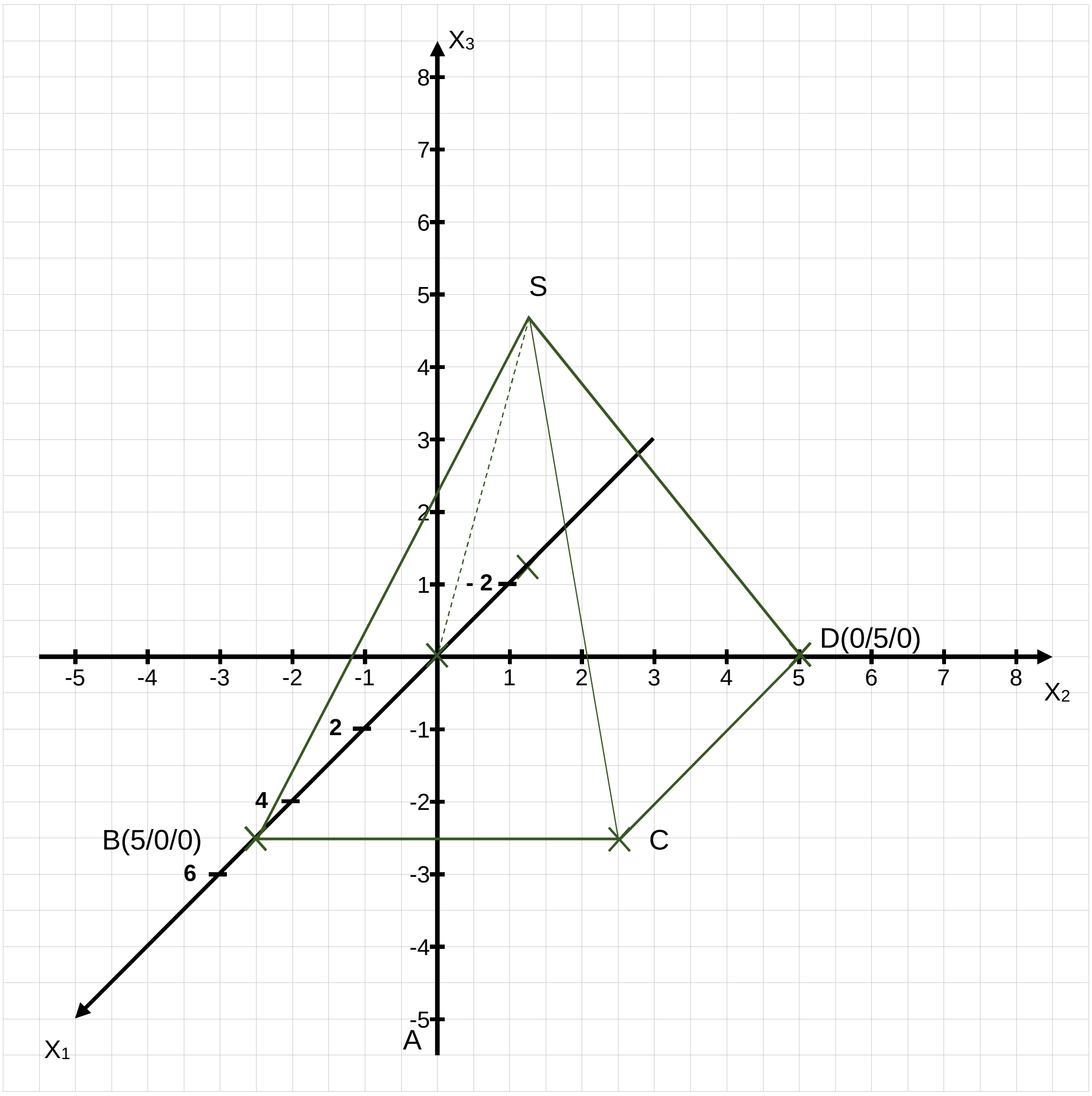
$$k\cdot\vec{n}=\vec{X}\quad\rightarrow\vec{X}=k\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}\quad in\quad E:\ 4\cdot k+k+4\cdot k=-18\Leftrightarrow k=-2\quad\rightarrow\vec{X}=\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$$

Analytische Geometrie

Prüfungsteil B / Aufgabengruppe 2

zur Aufgabe:

a)



b)

$$E_{DAS}: \ \vec{n} = \overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AS} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5/2 \\ 5/2 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30-0 \\ 0-0 \\ 0-25/2 \end{pmatrix} \widehat{=} \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \to F: \ 12 \cdot x_1 - 5 \cdot x_3 = 0$$

c)

$$\cos\varphi = \frac{\vec{n}_E \circ \vec{n}_F}{|\vec{n}_E| \cdot |\vec{n}_F|} \to \varphi = \arccos \frac{\begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ 5 \end{pmatrix}}{13 \cdot 13} = \arccos \frac{-25}{13 \cdot 13} = 98{,}51^\circ$$

d)

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} 5/2 \\ 5/2 \\ \lambda \end{pmatrix} \text{ in } HNF_E: \left| \frac{12 \cdot 5/2 - 5 \cdot \lambda}{13} \right| = 0{,}5 \quad (in\ m)$$

$$\Leftrightarrow |30 - 5 \cdot \lambda| = \frac{13}{2} \rightarrow \begin{cases} 30 - 5 \cdot \lambda = \frac{13}{2} \rightarrow \lambda = 4{,}7 \\ 30 - 5 \cdot \lambda = -\frac{13}{2} \rightarrow \lambda = 7{,}3 \rightarrow (nicht\ im\ Zelt) \end{cases}$$

$$\rightarrow P\left(5/2 \;/\; 5/2 \;/\; 47/10\right)$$

e)

Symmetrieachse g von Dreieck CDS: $$g: \vec{X} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5/2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{Mitte von} \\ [CD]}} + \eta \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 5/2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

f)

Rechnung über eine zur x_1x_2-Ebene parallelen Hilfsebene H im Abstand +1,8m und der Symmetrieachse g. g geschnitten mit H liefert einen Punkt der vom Mittelpunkt der Strecke [CD] genausoweit entfernt ist, wie die fehlende Rechteckseite lang ist!

$$H: \ x_3 - 1{,}8 = 0$$

$$g \text{ in } H: \ -\eta \cdot 6 - 1{,}8 = 0 \Rightarrow \eta = -0{,}3 \Rightarrow \vec{k} = \begin{pmatrix} 5/2 \\ 17/4 \\ 9/5 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow A_R = l \cdot b = \frac{7}{5} m \cdot \left| \begin{pmatrix} 5/2 \\ 17/4 \\ 9/5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5/2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \right| m = \frac{7}{5} m \cdot \left| \begin{pmatrix} 0 \\ -3/4 \\ 9/5 \end{pmatrix} \right| m = \frac{7}{5} \cdot \frac{39}{20} m^2 = \frac{273}{100} m^2 = 2{,}73 m^2$$