

Analysis

Aufgabengruppe 1

Zu Aufgabe 1:

a) $h(x) = x \cdot \ln(x^2); ID_h = \mathbb{R} \setminus \{0\};$

$$h'(x) = 1 \Leftrightarrow h'(x) = 1 \cdot \ln(x^2) + x \cdot \frac{1}{x^2} \cdot 2 \cdot x = \ln(x^2) + 2;$$

b) $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(x^2) + 2 = 0 \Leftrightarrow \ln(x^2) = -2 \Leftrightarrow x_{1;2} = \pm \sqrt{\frac{1}{e^2}} = \pm \frac{1}{e} \rightarrow$

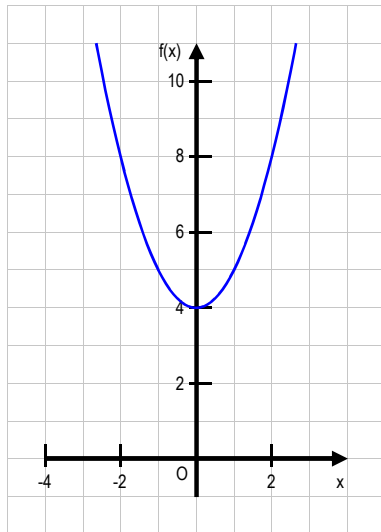
$$HOP_{II} \left(-\frac{1}{e}; \frac{2}{e} \right)$$

Zu Aufgabe 2:

- a) In $(5; f(5))$ besitzt G_f eine echte Wendestelle, weil $f''(5) = 0$ (waagrechte Tangente) mit Vorzeichenwechsel. In $(-4; f(-4))$ besitzt G_f eine Flachstelle, weil $f''(-4) = 0$ (waagrechte Tangente) ohne Vorzeichenwechsel.
- b) Der Wert der Steigung muss 1 ergeben ($f'(x) = 1$). Eine Parallele zur x-Achse im Abstand 1 ergibt die $x_1 = 2, x_2 = 7$.

Zu Aufgabe 3:

- a) Graph:



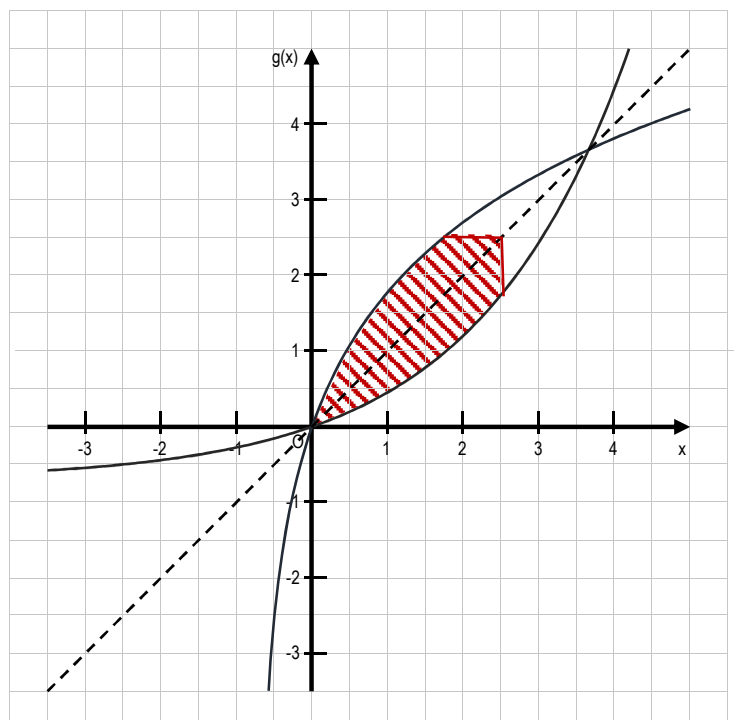
$$f(x) = x^2 + 4 = 4 \cdot x = g_4(x)$$

$$x^2 - 4 \cdot x + 4 = (x - 2)^2 = 0$$

$$\rightarrow x_{1;2} = 2 \rightarrow B(2; 8)$$

B ist Berührungspunkt der beiden Graphen!

- b) Verläuft die Gerade g_m flacher als g_4 kann es keinen Schnittpunkt mit G_f geben. Aus Symmetriegründen ergibt sich als Lösung insgesamt: $|m| < 4 \Leftrightarrow -4 < m < +4$



Zu Aufgabe 4:

- a) und b) Graphen siehe rechts:

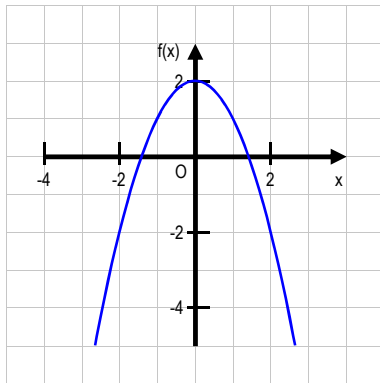
c) $K(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2 - \frac{7}{5} \cdot e^{\frac{1}{2}x} + \frac{7}{10}x + c$

Analysis

Aufgabengruppe 2

Zu Aufgabe 1:

a) $g(x) = \ln(2 - x^2); ID_g =]-\sqrt{2}; \sqrt{2}[$

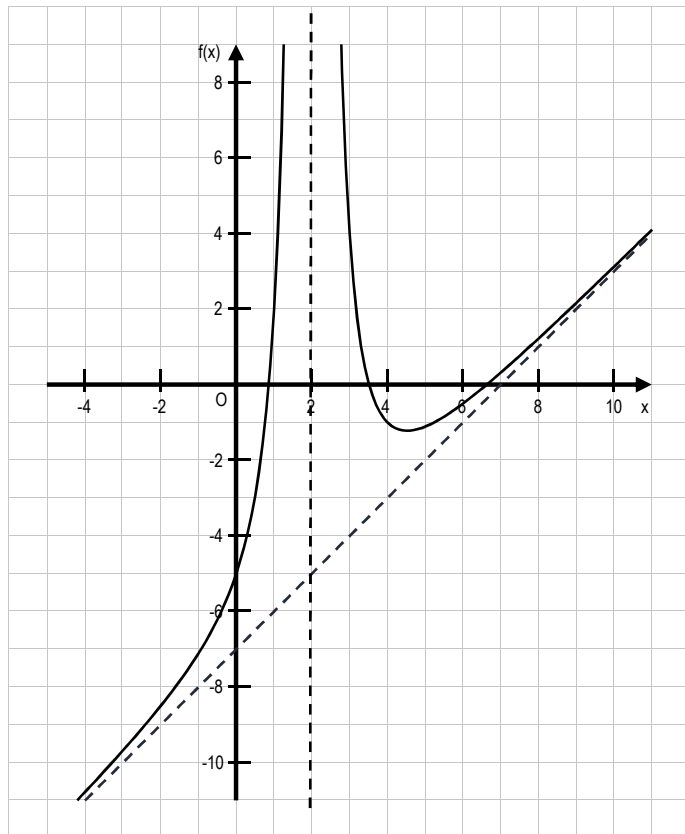


b) $g'(x) = -\frac{2 \cdot x}{2 - x^2};$

Zu Aufgabe 2:

a) Graphen:

$$h(x) = \frac{8}{(x-2)^2} + x - 7$$



b) Näherungswert:

$$\begin{aligned} \int_{10}^{20} h(x) dx &= \int_{10}^{20} \left[\frac{8}{(x-2)^2} + x - 7 \right] dx \approx \int_{10}^{20} [x - 7] dx = \left[\frac{1}{2} \cdot x^2 - 7 \cdot x \right]_{10}^{20} = \\ &= 60 - (-20) = 80 \text{ [FE]} \end{aligned}$$

exakt:

$$\begin{aligned} \int_{10}^{20} h(x) dx &= \int_{10}^{20} \left[\frac{8}{(x-2)^2} + x - 7 \right] dx = \left[-\frac{8}{x-2} + \frac{1}{2} \cdot x^2 - 7 \cdot x \right]_{10}^{20} = \\ &= \frac{536}{9} - (-21) = \frac{725}{9} \text{ [FE]} \approx 80,56 \text{ [FE]} \end{aligned}$$

zu Aufgabe 3:

a) $k(x) = \frac{-x^2+2x}{2 \cdot x^2+4}$ mit NS: $x_1 = 0$; $x_2 = 2$;

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} k(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{-x^2+2x}{2 \cdot x^2+4} \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{-x^2}{2 \cdot x^2} \right) = -\frac{1}{2} \text{ ist waagrechte Asymptote}$$

b)

$$k(x) = \frac{-x^2+2x}{2 \cdot x^2+4} = -\frac{1}{2} \leftrightarrow 2 \cdot x^2 - 4 \cdot x = 2 \cdot x^2 + 4 \leftrightarrow x = -1$$

zu Aufgabe 4:

$$J(x) = \int_2^x f(t) dt \rightarrow J(1) = \int_2^1 f(t) dt = - \int_1^2 f(t) dt = -[J(t)]_1^2 \stackrel{\text{Kästchen zählen}}{=} -1$$

$$J(2) = \int_2^2 f(t) dt = 0 \text{ sowie } J(4,5) \stackrel{\text{Kästchen zählen}}{=} 1,5$$

Zeichnung: selber machen ...

Stochastik

Aufgabengruppe 1

a) $P(E) = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1}}{\binom{5}{2}}$

b) Betrachte:

$$(\underline{r}; \underline{g}) \rightarrow \Omega = \left\{ \begin{array}{l} \underline{(1; 1)} ; \underline{(1; 6)} ; \underline{(3; 1)} ; \underline{(3; 6)} ; \underline{(6; 1)} ; \underline{(6; 6)} \\ \underline{2} \quad \underline{7} \quad \underline{4} \quad \underline{9} \quad \underline{7} \quad \underline{12} \\ P(2)=\frac{5}{18} \quad P(7)=\frac{1}{18} \quad P(4)=\frac{5}{18} \quad P(9)=\frac{1}{18} \quad P(7)=\frac{5}{18} \quad P(12)=\frac{1}{18} \end{array} \right\}$$

$$X \in \{2, 4, 7, 9, 12\} \quad P(X = 7) = \frac{1}{18} + \frac{5}{18} = \frac{1}{3}$$

Stochastik

Aufgabengruppe 2

a) $P(X = 4) = \binom{2}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^1 = 2 \cdot p \cdot (1-p)$

b) Betrachte:

$$\Omega = \left\{ \underbrace{(1;1)}_2 ; \underbrace{(1;3)}_4 ; \underbrace{(3;1)}_4 ; \underbrace{(3;3)}_6 \right\}$$

$$P(2)=p^2 \quad P(4)=p \cdot (1-p) \quad P(4)=p \cdot (1-p) \quad P(6)=(1-p)^2$$

$$E(X) = 2 \cdot p^2 + 4 \cdot 2 \cdot p \cdot (1-p) + 6 \cdot (1-p)^2 = 3$$

$$2 \cdot p^2 + 8 \cdot p - 8 \cdot p^2 + 6 - 12 \cdot p + 6 \cdot p^2 = 3$$

$$-4 \cdot p = -3 \Leftrightarrow p = \frac{3}{4}$$

Geometrie

Aufgabengruppe 1

a) $\vec{Q} = \vec{P} + 2 \cdot \overrightarrow{PM} = \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit: $\begin{cases} d = 2 \cdot \overrightarrow{PM} = 10 \text{ [LE]} \\ r = 5 \text{ [LE]} \end{cases}$

Wegen:

$$|\overrightarrow{RM}| = \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \right| = 5 \text{ [LE]} = r$$

liegt R auf der Kugelsphäre!

- b) Da die Strecke [PQ] den Kugeldurchmesser bildet und R (verschieden von P und Q) auf der Kugelsphäre liegt, liegt R insbesondere auch auf einem Thaleskreis mit dem Durchmesser $r = 5$ LE. Damit ist das Dreieck bei R rechtwinklig.

Geometrie

Aufgabengruppe 2

a) $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{RQ}| \Leftrightarrow \left| \begin{pmatrix} q+2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} q-2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right| \Leftrightarrow \begin{cases} (q+2)^2 + 29 = (q-2)^2 + 13 \\ 8 \cdot q = -16 \\ q = -2 \end{cases}$

b) $\vec{S} = \vec{R} - \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \rightarrow S(2; 1; -3)$

Wegen: $|\overrightarrow{PR}| = \left| \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \right| = 6 \neq \sqrt{80} = \left| \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix} \right| = |\overrightarrow{SQ}|$ liegt kein Quadrat vor!